

# נוסחאון מתמטיקה

## 5 יחידות לימוד

### אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית:}$$

### סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:
$S = \frac{a_1}{1 - q} \quad \text{סכום אין-סופי:}$		

**גדילה ודעיכה:** כעבור זמן  $t$ :  $M_t = M_0 \cdot q^t$ ,  $q < 1$  – שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

### לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

### הסתברות

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- $k$  הצלחות מתוך  $n$  ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad p: \text{ההסתברות להצלחה היא}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

**טריגונומטריה וגאומטריה**

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

משפט הסינוסים:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$  (R – רדיוס המעגל החוסם)

משפט הקוסינוסים:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$  ( $\gamma$  היא הזווית הכלואה בין a ל- b)

אורך קשת של  $\alpha$  רדיאנים:  $\ell = \alpha R$  שטח גזרה של  $\alpha$  רדיאנים:  $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

שטח משולש:  $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$  ( $\alpha$  היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

**גופים במרחב**

פירמידה וחרוט: נפח:  $V = \frac{B \cdot h}{3}$  (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת:  $M = \pi R \ell$  (R – רדיוס העיגול,  $\ell$  – הקו היוצר)

**חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(x^t)' = t x^{t-1} \quad (t \text{ ממשי})$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

נגזרת של מכפלת פונקציות:  $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות:  $\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת:  $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$  היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו-  $f'(u)$  היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

**אינטגרלים:**

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממשי } t)$$

אם  $F(x)$  היא פונקציה קדומה של הפונקציה  $f(x)$  אז:  $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + C$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

**מספרים מרוכבים**

משפט דה-מואבר:  $[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

פתרונות המשוואה  $z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  :  $z_k = \sqrt[n]{R} [\cos(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n})]$

$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

**וקטורים**

אורך של וקטור:  $|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מישור דרך קצות הווקטורים  $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$  :  $\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a})$

מכפלה סקלרית:  $\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha$

מרחק בין נקודה  $\underline{p}$  למישור  $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$  :  $\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|}$

מציאת זווית בין הישר  $\underline{a} + t\underline{b}$  למישור  $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$  :  $\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|}$

מציאת זווית בין המישורים  $\underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0$  ,  $\underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0$  :  $\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|}$

**גאומטריה אנליטית**

**קו ישר:**

שיפוע,  $m$ , של ישר העובר דרך הנקודות  $(x_1, y_1)$  ו- $(x_2, y_2)$  :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

משוואת ישר  $y = mx + b$  עם שיפוע  $m$ , העובר בנקודה  $(x_1, y_1)$  :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

שיעורי הנקודה  $C$  המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו הם  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ביחס  $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$  :

$$\left( \frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$$

שני ישרים, בעלי שיפועים  $m_1, m_2$  מאונכים זה לזה אם ורק אם

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

מרחק הנקודה  $(x_0, y_0)$  מהישר  $Ax + By + C = 0$  :

$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

**מעגל:**

משוואת המשיק למעגל  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  בנקודה  $(x_0, y_0)$  על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

**פרבולה:**

משוואת המשיק לפרבולה  $y^2 = 2px$  בנקודה  $(x_0, y_0)$  על הפרבולה:

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$$

מדריך של פרבולה:

$$x = -\frac{p}{2}$$

מוקד של פרבולה:

$$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

**אליפסה:**

משוואת אליפסה:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

מרחק המוקד מהראשית:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים:

$$r_1 + r_2 = 2a$$

**לזכאים בלבד!**

**נוסחאון מורחב במתמטיקה**

**5 יחידות לימוד**

$$S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

**אלגברה:** סכום סדרה חשבונית:

**גאומטרייה אנליטית:**

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

המרחק d בין הנקודות  $A(x_1, y_1)$  ו-  $B(x_2, y_2)$ :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

משוואת אליפסה

**חזקות:** ( $b \neq 0$   $a \neq 0$ )

$$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad ; \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad ; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad ; \quad a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} \quad (y \neq 0 \quad a \neq 0)$$

**טריגונומטרייה:**

$$P = 2\pi R \quad S = \pi R^2$$

שטח עיגול והיקפו:

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

זהויות בסיסיות:

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

**גופים במרחב:**

$$V = B \cdot h$$

מנסרה ישרה וגליל ישר: נפח: (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

$$M = P \cdot h$$

שטח מעטפת: (P – היקף הבסיס, h – גובה הגוף)

קטורים: מרחק בין נקודה  $\underline{p} = (p_1, p_2, p_3)$  למישור  $v_1x + v_2y + v_3z + e = 0$ :

$$d = \left| \frac{v_1p_1 + v_2p_2 + v_3p_3 + e}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}} \right|$$

### חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

#### נגזרות:

$$(\sqrt{mx+b})' = \frac{m}{2\sqrt{mx+b}}$$

$$\left( \frac{1}{mx+b} \right)' = \frac{-1 \cdot m}{(mx+b)^2}$$

#### אינטגרלים:

$$\int (mx+b)^t dx = \frac{1}{t+1} \cdot \frac{(mx+b)^{t+1}}{m} + C \quad (t \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{(mx+b)^2} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{-1}{(mx+b)} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{mx+b}} dx = \frac{2}{m} \cdot \sqrt{mx+b} + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos(mx+b) dx = \frac{1}{m} \sin(mx+b) + C$$

$$\int \sin(mx+b) dx = -\frac{1}{m} \cos(mx+b) + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^{mx+b} dx = \frac{1}{m} e^{mx+b} + C$$

$$\int a^{mx+b} dx = \frac{a^{mx+b}}{m \cdot \ln a} + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad t \neq -1$$

$$\int \frac{1}{mx+b} dx = \frac{1}{m} \ln|mx+b| + C$$