מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019, **מועד ב**
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה
4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
				סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב <u>במחברת הבחינה בלבד</u>. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

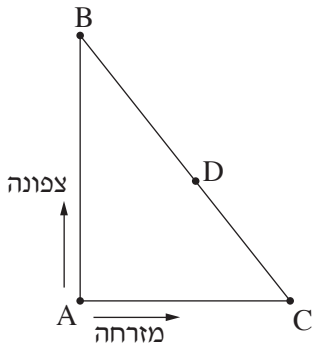
1. שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מנקודה A.

רוכב א' רכב צפונה, ורוכב ב' רכב מזרחה (ראה ציור).

בשעה 9:00 הגיע רוכב א' לנקודה B, ורוכב ב' הגיע לנקודה C

כך שהמרחק ביניהם, BC, היה 30 ק"מ.

מהירות הנסיעה של רוכב א' הייתה גבוהה ב־ 6 קמ"ש ממהירות הנסיעה של רוכב ב'.



א. מצא את מהירות הנסיעה של כל אחד משני הרוכבים.

לאחר מנוחה של 10 דקות יצאו הרוכבים זה לכיוונו של זה:

רוכב א' רכב לכיוון הנקודה C באותה המהירות שבה נסע קודם,

ורוכב ב' רכב לכיוון הנקודה B במהירות הגבוהה ב־ 3 קמ"ש מן המהירות שבה נסע קודם.

הם נפגשו בנקודה D (ראה ציור).

ב. באיזו שעה נפגשו הרוכבים?

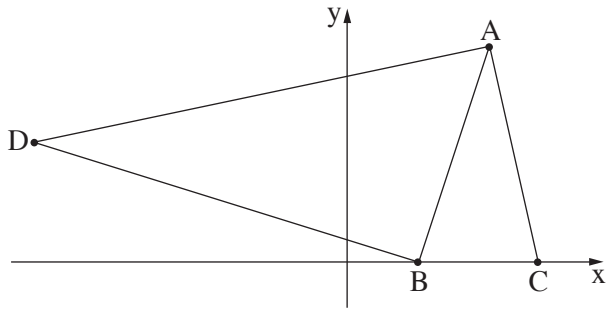
2. נתון משולש ABC.

הקודקודים B ו־ C מונחים על ציר ה־ x, כמתואר בציור שלפניך.

הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.

משוואת הצלע AC היא: $y = -4\frac{1}{2}x + 36$.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 5.



א. מצא את שיעורי הנקודות C ו־ B.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

D היא נקודה ברביע השני כך ש־ DB מאונך ל־ AB.

ג. מצא את משוואת הישר BD.

נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה D הוא -12.

ד. **(1)** הוכח כי $\sphericalangle DAC = 90^o$.

(2) מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש DAC.

המשך בעמוד 3

3. בשק יש 80 כדורים. מקצתם עשויים מזכוכית והשאר עשויים מפלסטיק.

20 מן הכדורים שבשק הם כחולים והשאר צהובים.

70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק.

25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים.

א. כמה כדורים מפלסטיק יש בשק?

ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.

(1) מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו הוא כדור כחול מזכוכית?

(2) ידוע שהכדור שהוציאו מן השק הוא כחול. מהי ההסתברות שהוא מזכוכית?

ג. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק. את הפעולה הזאת (הוצאה והחזרה) עשו 4 פעמים.

מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים?

המשך בעמוד 4

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

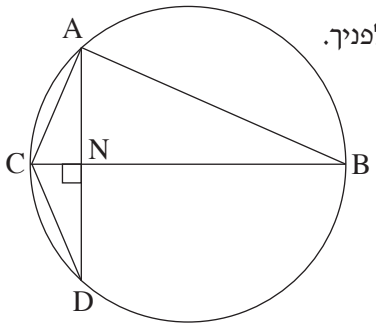
ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. המשולש ABC חסום במעגל כך ש־ BC הוא קוטר במעגל.

מקודקוד A העבירו אנך לצלע BC .

האנך חותך את הצלע BC בנקודה N ואת המעגל בנקודה D , כמתואר בציור שלפניך.



א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta NDC$.

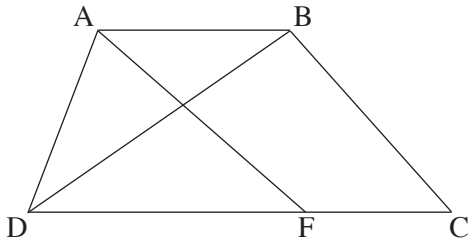
ב. הוכח: ΔACD הוא משולש שווה שוקיים.

ג. הוכח: $AC^2 = NC \cdot BC$.

ד. נתון כי $CD = 4$, וכי רדיוס המעגל שווה ל־ 5 . חשב את אורך הקטע NC .

5. בטרפז ABCD $(AB \parallel DC)$ שבציור שלפניך נתון:

$BD = 6$, $DC = 7$, $BC = 4$.



א. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle BDC$.

נתון: $AB = AD$.

ב. מצא את אורך הצלע AD .

הנקודה F נמצאת על הצלע DC .

נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8 .

ג. **(1)** מצא את אורך הצלע DF .

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF .

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{x^2+2x-3}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

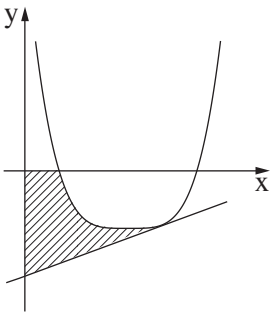
ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. **(1)** סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3<x<1$.

(2) הסתמך על הסרטוט בתת־סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=-2$.

7. לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)=(x-3)^4-16$, המוגדרת לכל x .



א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$.

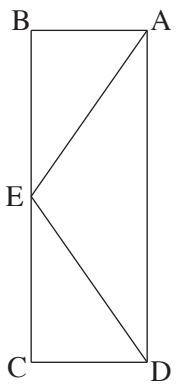
ג. **(1)** מצא את משוואת המשיק.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y (השטח המסומן בסרטוט).

8. במלבן $ABCD$ סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20 .

בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור).

נסמן ב־x את אורך הקטע BE .



א. **(1)** הבע באמצעות x את אורך הקטע AE .

(2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.

ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.

ב. חשב את שטח המשולש AED .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה
4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	— 40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	— 20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	— 40 נקודות
		סה"כ			— 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 120 ק"מ.

מכונית נסעה בבוקר מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.

בערב חזרה המכונית מעיר ב' לעיר א' באותה הדרך. המכונית נסעה במשך שעה באותה המהירות שבה נסעה בבוקר.

היא עצרה בצד הדרך למשך 2 דקות, ולאחר מכן המשיכה בנסיעתה עד עיר א' במהירות הגבוהה ב־ 10 קמ"ש ממהירות נסיעתה בבוקר.

זמן הנסיעה של המכונית בערב (כולל משך זמן העצירה) היה שווה לזמן הנסיעה שלה בבוקר.

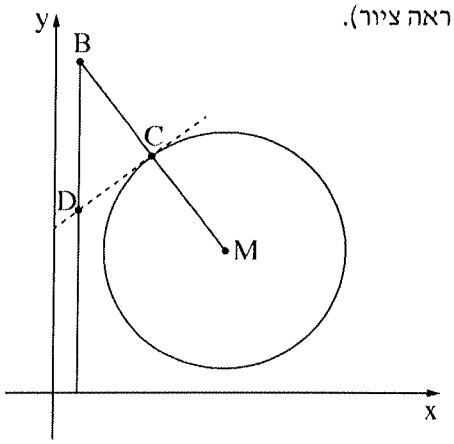
א. מצא את מהירות המכונית בבוקר.

ב. השעה שבה יצאה המכונית מעיר ב' בדרכה חזרה לעיר א' הייתה שמונה בערב.

מה היה המרחק שלה מעיר א' בשעה תשע ו־ 8 דקות בערב?

המשך בעמוד 3

2. נתון מעגל שמרכזו $M(7, 6)$. הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).



נתון: $B(1 , 14)$,

$MC = CB$.

א. מצא את משוואת המעגל.

העבירו משיק למעגל בנקודה C .

ב. מצא את משוואת המשיק.

מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה־ x . המשיק והאנך נחתכים בנקודה D .

ג. חשב את שטח המשולש BCD .

הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה־ x .

נתון: $ME \parallel CD$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה E .

ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME .

3. במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד: לזכות או להפסיד. משתתף שזוכה בשני הסיבובים מנצח במשחק כולו.

ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות להפסיד בו.

א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק.

אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8 .

אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6 .

ב. **(1)** מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים?

(2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים. מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?

ג. **(1)** מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו?

(2) 4 משתתפים משחקים במשחק. מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

המשך בעמוד 4

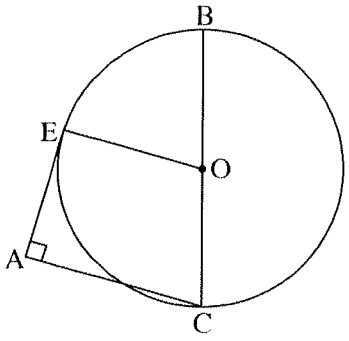
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון מעגל שמרכזו O.

BC הוא קוטר במעגל. מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו שני ישרים:
האחד משיק למעגל בנקודה E והאחר חותך את המעגל בנקודה C,
כמתואר בציור שלפניך.



נתון כי $\sphericalangle EAC = 90^\circ$.

א. הוכח: $EO \parallel AC$.

ב. הוכח: $\sphericalangle OCE = \sphericalangle ACE$.

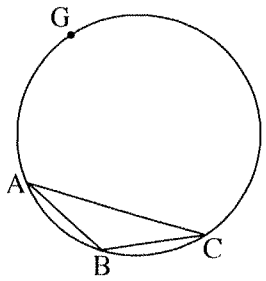
ג. הוכח: $\Delta EBC \sim \Delta AEC$.

נתון: $AC \cdot BC = 64$.

ד. **(1)** חשב את EC.

(2) נתון: $EB = 6$.
חשב את EO.

5. במעגל שהרדיוס שלו הוא 10, חסום משולש שווה שוקיים ABC $(AB = BC)$, כמתואר בציור שלפניך.



נתון כי $\sphericalangle ABC = 130^\circ$.

א. חשב את אורך הצלע AC.

ב. חשב את שטח המשולש ABC.

G היא נקודה על המעגל כך ש־GC הוא קוטר במעגל.
הישר GB חותך את הצלע AC בנקודה E.

ג. חשב את אורך הקטע EB.

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3x^2}{x^2+x-2}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$? אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.

ד. נתון: לפונקציה $g(x)=f(x)+c$ (c הוא פרמטר) יש אסימפטוטה אופקית $y=5$. מצא את c. נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+9x+a$ המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־y (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a), וקבע את סוגן.

ג. מצא את הערך של a שבעבורו נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה־x. נמק.

הצב $a=18$ במשוואת הפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ד-ו.

ד. רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. **(1)** חשב את השטח ברביע השני המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה־x וציר ה־y.

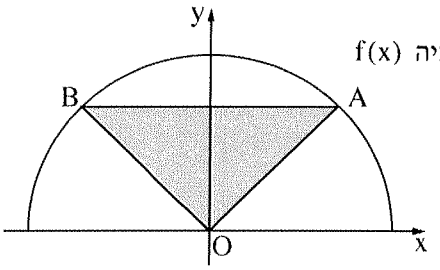
(2) A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־y, ו־B היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$. הראה שגרף הפונקציה $f(x)$ מחלק את המשולש ABO לשני שטחים שהיחס ביניהם הוא $1:3$ (O — ראשית הצירים).

המשך בעמוד 6

8. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{25-x^2}$ המוגדרת בתחום $-5\le x\le 5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x. הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה B שברביע השני. הנקודה O היא ראשית הצירים.



נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ t.

א. **(1)** הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B.

(2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO.

ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשע"ט, 2019
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	— אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	— גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	— חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
			סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בפיצרייה "נפולי" המחיר של פיצה משפחתית גבוה פי 3 מן המחיר של פיצה אישית.

בפיצרייה הכריזו על מבצע:

10% הנחה על קניית פיצה אישית,

20% הנחה על קניית פיצה משפחתית.

תלמידי שכבה י"א קנו 63 פיצות במבצע, חלקן אישיות וחלקן משפחתיות.

נתון כי מספר הפיצות המשפחתיות היה גדול פי 2.5 ממספר הפיצות האישיות.

תלמידי שכבה י"א שילמו על הפיצות 3,477.6 שקלים סך הכול.

א. חשב את המחיר המקורי של פיצה אישית, ואת המחיר המקורי של פיצה משפחתית (המחירים שלפני ההנחה).

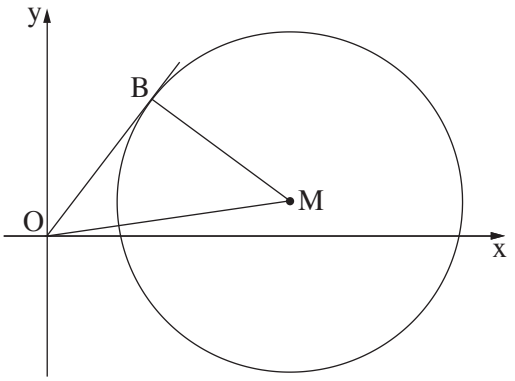
ב. לאחר שבוע הכריזו על מבצע אחר:

מי שישלם את המחיר המקורי בעבור שתי פיצות אישיות, יקבל פיצה אישית שלישית חינם.

כמה פיצות אישיות אפשר לקנות במבצע הזה תמורת 1,232 שקלים (כולל הפיצות שהתקבלו בחינם)?

המשך בעמוד 3

2. בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M.



ישר העובר בראשית הצירים משיק למעגל בנקודה $B(3,4)$.

חיברו את מרכז המעגל, M, עם ראשית הצירים, O.

נתון: משוואת הישר OM היא $y=\frac{1}{7}x$.

א. מצא את משוואת הישר BM.

ב. מצא את משוואת המעגל.

המשך הקטע BM חותך את המעגל בנקודה C.

ג. מצא את שטח המשולש OBC.

העבירו מעגל נוסף כך ש־OM הוא קוטר שלו.

ד. האם המרכז של המעגל הנוסף נמצא בתוך המעגל שמרכזו M, עליו או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

3. ל־ 8% בדיוק מחברי מועדון ג'ודו ארצי יש חגורה שחורה.

א. בוחרים באקראי 6 מן החברים במועדון.

(1) מהי ההסתברות שבדיוק ל־ 2 מהם יש חגורה שחורה?

(2) מהי ההסתברות שאין חגורה שחורה לאף לא אחד מן ה־ 6 שנבחרו?

$\frac{1}{5}$ מן החברים במועדון הם מדריכים, והשאר חניכים.

75% מחברי המועדון שיש להם חגורה שחורה הם מדריכים.

ב. בחרו באקראי חבר מועדון.

מהי ההסתברות שהחבר שנבחר הוא חניך שיש לו חגורה שחורה?

ג. בחרו באקראי חניך חבר במועדון.

מהי ההסתברות שיש לו חגורה שחורה?

המשך בעמוד 4

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

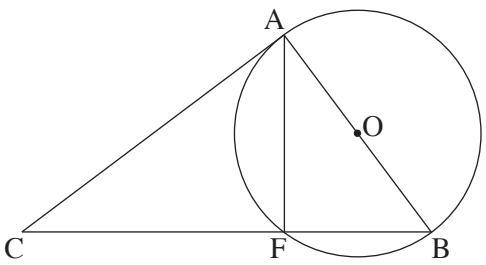
שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון מעגל שמרכזו O.

C היא נקודה מחוץ למעגל, כך שהישר CA משיק למעגל בנקודה A.

מן הנקודה C העבירו ישר החותך את המעגל

בנקודות F ו־ B, כמתואר בציור, כך ש־ AB הוא קוטר במעגל.



א. הוכח: $\triangle AFB \sim \triangle CAB$.

נתון: $FB = 9$, $FC = 16$.

ב. חשב את קוטר המעגל, AB.

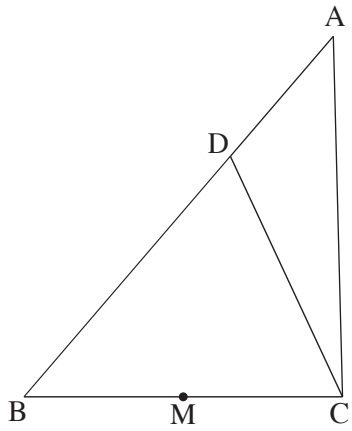
ג. חשב את שטח המשולש CFA.

ד. האם $\triangle CAB \sim \triangle CFA$? הוכח את תשובתך.

5. נתון משולש ABC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש־ $BD = 2DA$ (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle DCB = 65^{o}$, $DC = 10$, $BC = 12$.



א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. חשב את שטח המשולש ADC.

הנקודה M היא אמצע הקטע BC.

ג. האם הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BDC ? נמק.

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x ?

ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

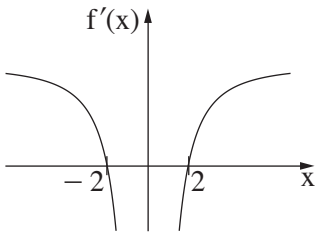
נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, שתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$. c הוא פרמטר.

ו. מה הם כל ערכי c שבעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

7. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.

בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת גם היא לכל $x \neq 0$,

וחותכת את ציר ה־ x בנקודות $(2\ ,\ 0)$, $(-2\ ,\ 0)$.



א. מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבע את סוגן על פי הגרף.

נתון: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ לכל $x \neq 0$. $a > 0$ הוא פרמטר.

ב. מצא את a .

ענה על סעיף ג בעבור $x > 0$.

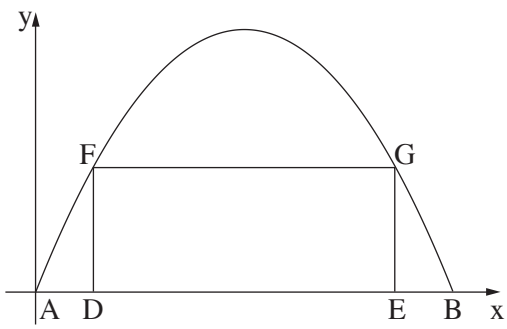
שיעור ה־ y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 10 .

ג. **(1)** כתוב ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $x > 0$.

המשך בעמוד 6

8. המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x$ ובין ציר ה־ x , כמתואר בציור.



הנקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה־ x , כמתואר בציור.

k הוא פרמטר. נתון: $0 < k < 3$.

נתון: $AD = EB = k$.

א. הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE .

ב. מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018, **מועד ב**
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	— אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	— גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	— חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
			סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

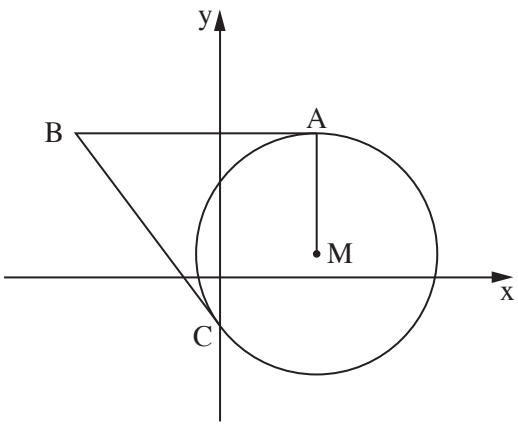
1. בשיעור אומנות קיבל תלמיד חוט ברזל שאורכו $52a$ ס"מ והכין ממנו שתי מסגרות לתמונות:
מסגרת אחת בצורת ריבוע ומסגרת אחת בצורת מלבן.
צלע אחת של המלבן שווה באורכה לצלע הריבוע והצלע האחרת של המלבן גדולה פי $\frac{4}{3}$ מצלע הריבוע.
החוט הספיק בדיוק להכנת שתי המסגרות.

א. הבע באמצעות a את אורכי צלעות המלבן.

ב. מחוט ברזל נוסף (באורך אחר) הכין התלמיד עוד שתי מסגרות: מסגרת מלבנית זהה למסגרת המלבנית הראשונה, ומסגרת בצורת ריבוע שצלעו ארוכה ב־ 65% מצלע הריבוע הראשון.
מצא בכמה אחוזים החוט הנוסף ארוך מן החוט הראשון.

ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ.
חשב את אורכי צלעות המלבן.

2. מעגל שמרכזו בנקודה $M(4,1)$ חותך את ציר ה־ y בנקודה C, כמתואר בציור.
מן הנקודה B, הנמצאת ברביע השני, העבירו שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות A ו־ C.
משוואת הישר AB היא $y=6$.



א. מהי משוואת המעגל?

ב. מצא את משוואת הישר BC.

ג. חשב את שטח המרובע $ABCM$.

ד. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCM.
בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

המשך בעמוד 3

3. בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר.

מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר.

75% מן הבנים גרים בעיר ו־ 40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר.

בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שבחרו בבן שגר בעיר?

ב. ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר. מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ג. בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות). כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?

ד. בכל יום בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר שיהיה תורן ניקיון (אותו התלמיד יכול להיבחר ברצף יום אחר יום).

מהי ההסתברות שבמשך 3 ימים רצופים נבחרו לפחות 2 תורנים שגרים מחוץ לעיר? (תורן יכול להיות בן או בת).

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

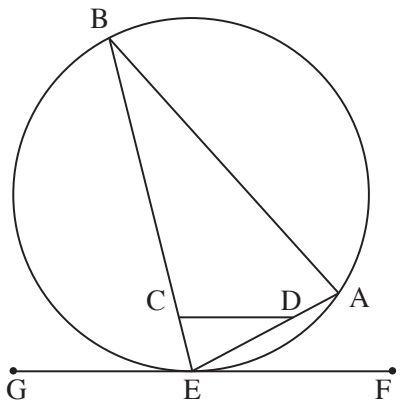
ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. המשולש AEB חסום במעגל.

הקטע GF משיק למעגל בנקודה E.

הנקודות C ו־ D נמצאות על הצלעות BE ו־ AE בהתאמה, כך שהקטע CD מקביל למשיק.



א. הוכח: $\sphericalangle ABE = \sphericalangle CDE$.

ב. הוכח: $\Delta CDE \sim \Delta ABE$.

ג. הוכח כי אפשר לחסום את המרובע ABCD בְּמעגל.

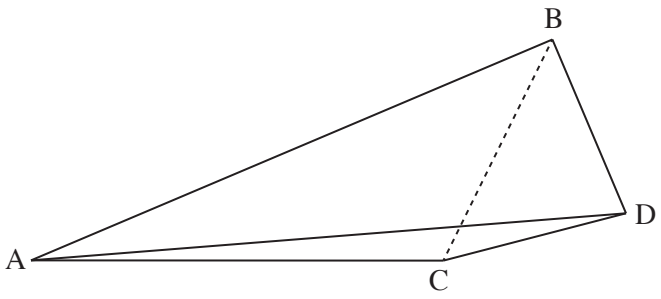
ד. נתון: $CD = 4$ ס"מ , $BE = 12$ ס"מ , $ED = \frac{1}{3}AB$.

חשב את אורך הקטע ED.

המשך בעמוד 4

5. ABD הוא משולש ישר־זווית $(\sphericalangle ABD = 90^o)$.

נסמן: $BD = a$. נתון: $AB = 3a$.



א. חשב את גודל הזווית ADB.

C היא נקודה מחוץ למשולש.

נתון: $\sphericalangle ADC = 10^o$, $CD = BD$.

ב. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC.

ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC.

ד. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר.

חשב את שטח המרובע ABDC.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2(x-4)^2$, המוגדרת לכל x.

ענה על הסעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־x.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

המשך בעמוד 5

7. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{2x-13}$.

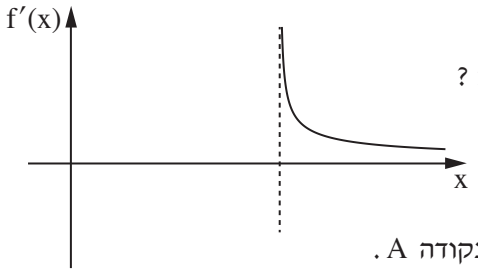
א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.



ב. **(1)** מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $f'(x)$ חותכים זה את זה בנקודה A .

ג. חשב את שיעורי הנקודה A .

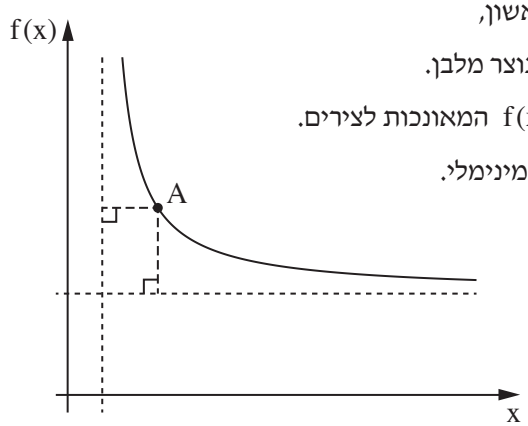
מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה־ x .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=11$.

8. לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x-1}+3$ ברביע הראשון.

מנקודה A , הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון,

העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שנוצר מלבן.



א. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
				סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף /

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. המרחק בין עיר א ובין עיר ב הוא 126 ק"מ.

בשעה 8:00 יצאה מכונית מעיר א לעיר ב.

בשעה 8:30 יצא רוכב אופניים מעיר ב לעיר א.

המכונית ורוכב האופניים נפגשו בשעה 9:30 , והמשיכו בדרכם.

15 דקות לאחר הפגישה הגיעה המכונית לעיר ב.

המכונית ורוכב האופניים לא שינו את מהירויותיהם בזמן הנסיעה.

א. מצא את מהירות הנסיעה של המכונית ואת מהירות הנסיעה של רוכב האופניים.

יום לאחר מכן, יצאו המכונית ורוכב האופניים זה לקראת זה באותו הזמן.

המכונית יצאה מעיר ב לעיר א, ואילו רוכב האופניים יצא מעיר א לעיר ב.

המכונית נסעה במהירות קבועה הגדולה ב־ a קמ"ש מן המהירות שבה נסעה ביום שלפני כן,

ואילו רוכב האופניים נסע במהירות קבועה הקטנה ב־ a קמ"ש מן המהירות שבה נסע ביום שלפני כן.

המכונית ורוכב האופניים נפגשו לאחר t שעות.

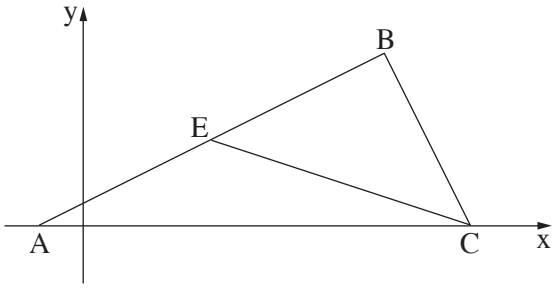
ב. מצא את t .

המשך בעמוד 3

2. CE הוא תיכון במשולש ABC .

נתון: $A(-1,0)$, $B(7,4)$,

הקודקוד C נמצא על ציר ה־ x (ראה ציור).



א. מצא את שיעורי הנקודה E .

נתון: $EB = BC$,

שיעור ה־ x של הקודקוד C גדול משיעור ה־ x של הקודקוד B .

ב. מצא את שיעורי הקודקוד C .

מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה־ x .

האנך שהורידו חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה־ x בנקודה F .

ג. **(1)** מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF .

(2) חשב את שטח המשולש EKF .

3. בסל יש 2 תפוחים ומספר מסוים של אפרסקים.

טל הוציאה באקראי מן הסל שני פירות זה אחר זה <u>ללא החזרה</u>.

ההסתברות שהיא הוציאה שני תפוחים היא $\frac{1}{36}$.

א. מצא כמה אפרסקים היו בסל לפני שטל הוציאה ממנו פירות.

ב. מהי ההסתברות שהפרי השני שהוציאה טל היה תפוח?

ג. **(1)** חשב את ההסתברות שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.

(2) ידוע שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג. מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני אפרסקים?

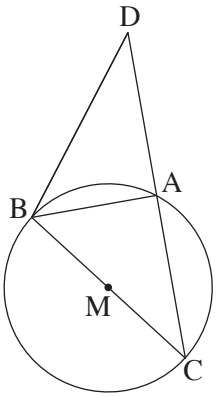
המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M ורדיוסו R.
BC הוא קוטר במעגל. הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל.
הקטע DC חותך את המעגל בנקודה A.
נתון: $\sphericalangle ABD = \frac{1}{2}\sphericalangle AMC$.



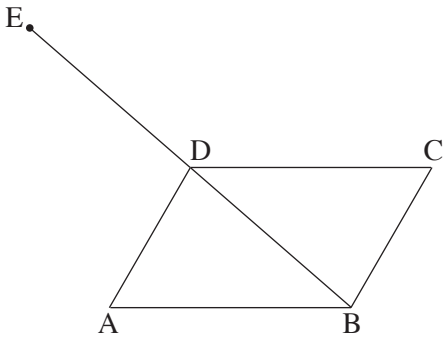
א. הוכח ש־ BA הוא חוצה זווית במשולש DBC.

ב. הוכח: $\Delta CBD \sim \Delta CMA$.

ג. הוכח כי MA הוא קטע אמצעים במשולש DBC.

ד. נתון: המשולש ABM הוא משולש שווה צלעות.
הבע את שטח המשולש CBD באמצעות רדיוס המעגל.

5. $ABCD$ היא מקבילית.
נתון: $AB = 15$, $BC = 10$.
נסמן: $\sphericalangle DAB = \alpha$ $(\alpha < 90^o)$.



א. הבע באמצעות α את שטח המשולש BAD.

נתון: שטח המקבילית הוא $75\sqrt{3}$.

ב. חשב את גודל הזווית α.

ג. חשב את אורך האלכסון BD.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD, כמתואר בציור, כך ש־ $ED = DB$.

ד. **(1)** מצא את גודל הזווית ABE.

(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{(x-3)^2}+4$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=4$ ו־ $x=5$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-4$.

ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישרים $x=4$ ו־ $x=5$? נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=x^3\cdot\sqrt{x+a}$. a הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה $(2,24)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את a.

הצב $a=7$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

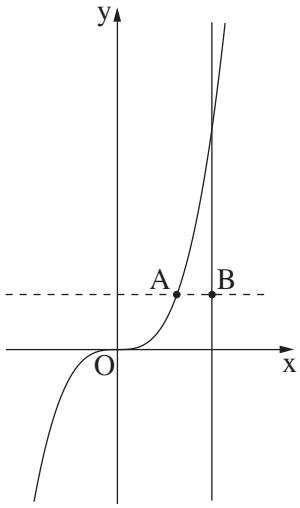
(4) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$. c הוא פרמטר.

ד. מהו הערך של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה־ x? נמק.

המשך בעמוד 6

8. בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = x^3$ והישר $x = 2$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0 < x_A < 2$ (x_A הוא שיעור ה־ x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x (הישר המקווקו בציור).

הישר שהעבירו חותך את הישר $x = 2$ בנקודה B (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשע"ח, 2018
מספר השאלון: 035481, 035804, 314
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
			סה"כ		—	100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. סוחר קנה כמה מוצרים במחיר זהה ושילם בעבורם 6,000 שקלים סך הכול.

10% מכל המוצרים שקנה הוא מכר במחיר מבצע של 40 שקלים לכל מוצר,

20 מוצרים הוא השאיר במחסן, ואת השאר הוא מכר ברווח של 60% למוצר.

הכנסתו ממכירת המוצרים האלה הייתה 7,520 שקלים.

א. כמה מוצרים קנה הסוחר?

בשלב מאוחר יותר מכר הסוחר את 20 המוצרים שהשאיר במחסן, ברווח של 200% למוצר.

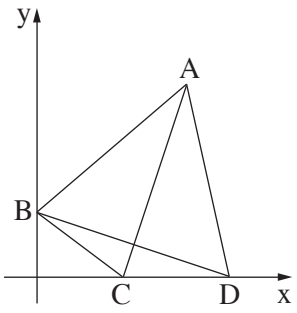
ב. מה הייתה הכנסתו של הסוחר ממכירת 20 המוצרים האלה?

2. נתון דלתון ABCD $(AB = AD,\ CB = CD)$.

הקודקוד B מונח על ציר ה־ y והקודקודים C ו־ D מונחים על ציר ה־ x, כמתואר בציור.

משוואת הישר BD היא: $y = -\frac{1}{3}x + 3$.

א. מצא את שיעורי הקודקודים B, D ו־ C.



שיעורי הקודקוד A הם $(7, 9)$.

ב. חשב את שטח הדלתון ABCD.

הישר $y = 5.4$ חותך את הישרים AB ו־ AD בנקודות E ו־ F בהתאמה.

אורך הקטע EF הוא 5.

ג. **(1)** חשב את שטח המשולש AEF.

(2) חשב את שטח המחומש EFDCB.

המשך בעמוד 3

3. שירה משחקת בקובייית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.

שירה משחקת על פי הכללים האלה: היא זורקת את הקובייה פעם אחת ומטילה את המטבע פעמיים.

אם המספר שיתקבל על הקובייה יהיה גדול מ־ 2 ובשתי ההטלות ייפול המטבע על "פלי", תזכה שירה בפרס.

א. **(1)** מהי ההסתברות ששירה תזכה בפרס?

(2) שירה משחקת במשחק שלה 4 פעמים. מהי ההסתברות שתזכה ב־ 2 פרסים בדיוק?

אביגיל משחקת גם היא בקובייית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.

אביגיל משחקת לפי כללים אחרים: היא זורקת את הקובייה פעמיים ואז מטילה את המטבע פעם אחת.

אם סכום המספרים שיתקבלו על הקובייה בשתי הזריקות יהיה קטן מ־ 10 והמטבע ייפול על "עץ",

תזכה אביגיל בפרס.

ב. **(1)** מהי ההסתברות שבזריקת הקובייה פעמיים סכום המספרים שיתקבלו יהיה קטן מ־ 10 ?

(2) אביגיל משחקת במשחק שלה פעם אחת. מהי ההסתברות שאביגיל תזכה בפרס?

המשך בעמוד 4

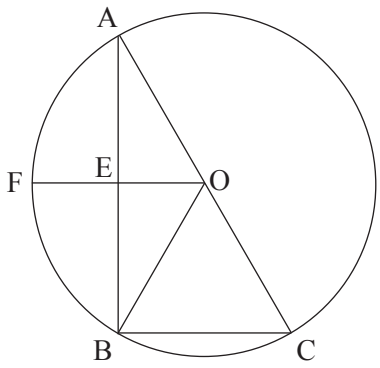
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. משולש ABC חסום במעגל. מרכז המעגל O נמצא על הצלע AC.

הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש־ $OE \perp AB$ (ראה ציור).



א. הוכח ש־ OE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

המשך הקטע OE חותך את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.

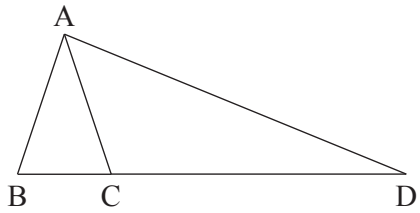
ב. הוכח שהמשולש AFB הוא משולש שווה־שוקיים.

נתון: $\sphericalangle ACB = 60^o$.

ג. הוכח שהמרובע FOCB הוא מעוין.

5. ABC הוא משולש חד־זוויות ושווה־שוקיים $(AB = AC)$.

אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R.



נתון: $BC = 1.2R$.

א. **(1)** חשב את זוויות המשולש ABC.

(2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R.

הַמשיכו את הצלע BC עד הנקודה D, כמתואר בציור, כך ש־ $CD = 3.8R$.

ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R.

ג. AE הוא גובה במשולש ACD.

אורך הגובה AE הוא 9.

חשב את R.

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4x}{(x-1)^2}+a$. a הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך.

א. **(1)** מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים?

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y=-3$.

ב. מהו ערך הפרמטר a ?

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. **(1)** מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. עבור אילו ערכים של k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בדיוק?

7. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{49-x^2}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. **(1)** מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לציר ה־ x .

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$. תוכל להיעזר בסעיפים קודמים.

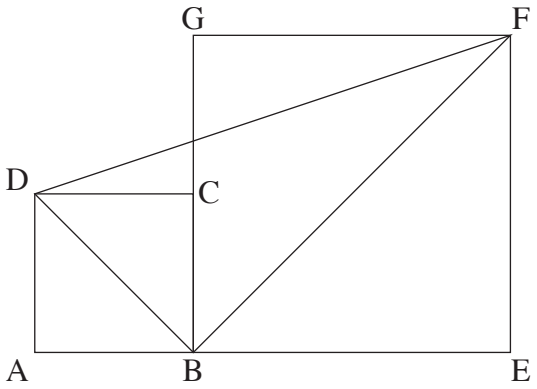
ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי החלק השלילי של ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=-6$.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

המשך בעמוד 6 ◀

8. ABCD ו־ BEFG הם שני ריבועים. הצלע BC מונחת על הצלע BG .

נתון: $DB + BF = a$. $0 < a$ הוא פרמטר.



א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו אורך הקטע DF הוא מינימלי. הבע באמצעות a .

ב. עבור אורך DB שמצאת בסעיף א, מהו היחס $\frac{AB}{BE}$?

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017, **מועד ב**
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ־ 4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	— 20×2	— 40	נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	— 20×1	— 20	נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	— 20×2	— 40	נקודות
			סה"כ	— 100	נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

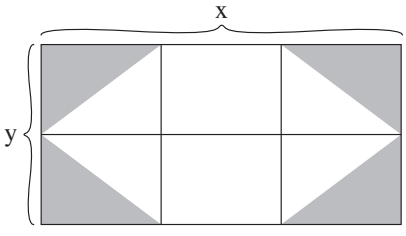
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. משפחת דותן החליטה לרצף את הגינה שלה, שצורתה מלבנית.

אורכי צלעות הגינה הם x ו־ y מטרים.



את הגינה חילקו ל־ 6 מלבנים זהים.

בתוך כל אחד מן המלבנים הפינתיים

חסמו משולש ישר זווית,

שניצביו הם צלעות המלבן.

שטח כל משולש רוצף באבן אפורה, כמתואר בציור.

את שטח הגינה הנותר ריצפו באבן לבנה.

א. (1) הבע באמצעות x ו־ y את שטח הגינה שרוצף באבן אפורה.

(2) הבע באמצעות x ו־ y את שטח הגינה שרוצף באבן לבנה.

המחיר למ"ר ריצוף באבן האפורה הוא 75 שקלים.

המחיר למ"ר ריצוף באבן הלבנה הוא 60 שקלים.

נתון שצלע אחת של הגינה ארוכה ב־ 3 מטרים מן הצלע האחרת שלה.

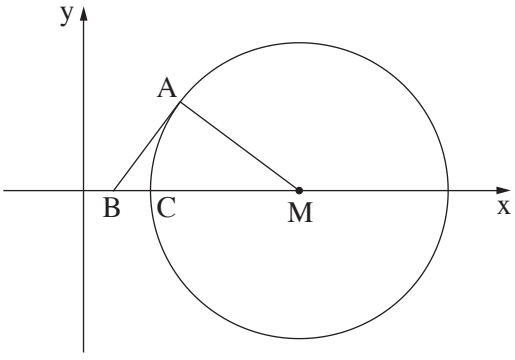
עלות הריצוף לכל הגינה היא 1,170 שקלים.

ב. מצא את אורכי צלעות הגינה.

המשך בעמוד 3

2. בציור שלפניך מתואר מעגל.

נתון: רדיוס המעגל הוא 20 .



מרכז המעגל, M , נמצא על החלק החיובי של ציר ה־ x .

הנקודה $A(13,12)$ נמצאת על המעגל.

א. מצא את שיעורי הנקודה M .

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה־ x בנקודה B .

ב. מצא את שיעורי הנקודה B .

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש BAM .

C היא נקודת החיתוך של המעגל הנתון עם ציר ה־ x , כמתואר בציור.

ד. (1) מצא את שיעור ה־ x של הנקודה C .

(2) מצא לאילו ערכים של k הישר $x = k$ חותך את שני המעגלים (ואינו משיק אף לא לאחד מהם).

3. בעיר מסוימת ערכו סקר הבודק אם נערים ונערות עוסקים בפעילות גופנית.

מספר הנערים שהשתתפו בסקר היה גדול פי 2 ממספר הנערות שהשתתפו בסקר.

מן הסקר עולה כי $\frac{3}{4}$ מן הנערות שהשתתפו בסקר עוסקות בפעילות גופנית וכי $\frac{4}{5}$ מן הנערים שהשתתפו בסקר עוסקים בפעילות גופנית.

א. בחרו באקראי משתתף מבין כל משתתפי הסקר (נערים ונערות).

מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר עוסק בפעילות גופנית?

ב. בחרו באקראי משתתף מבין משתתפי הסקר והתברר שהוא עוסק בפעילות גופנית.

מהי ההסתברות שנבחרה נערה?

ג. נבחרו באקראי 4 מן המשתתפים בסקר.

מהי ההסתברות שלפחות 2 מן המשתתפים שנבחרו יהיו נערות שעוסקות בפעילות גופנית?

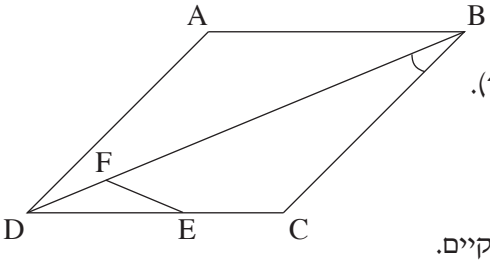
המשך בעמוד 4

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. $ABCD$ הוא מעוין.



הנקודה E נמצאת על הצלע DC

והנקודה F נמצאת על האלכסון DB (ראה ציור).

נתון כי המרובע $BCEF$ הוא בר־חסימה במעגל.

א. (1) הוכח $\sphericalangle FED = \sphericalangle CBD$.

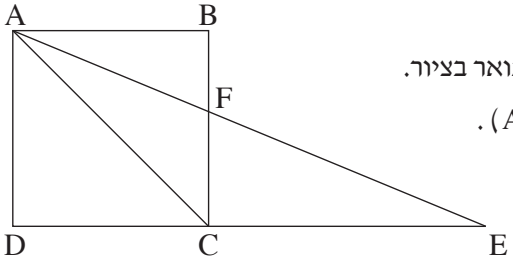
(2) הוכח שהמשולש DFE הוא שווה שוקיים.

ב. הוכח: $\Delta DFE \sim \Delta DCB$.

ג. נתון: $DB = 3DE$, שטח המשולש DFE הוא 2 סמ"ר.

חשב את שטח המעוין $ABCD$.

5. נתון ריבוע $ABCD$.



הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC , כמתואר בציור.

המשולש ACE הוא שווה שוקיים $(AC = CE)$.

הישר AE חותך את הצלע BC בנקודה F .

א. מצא את זוויות המשולש ACE .

שטח המשולש ACE הוא $8\sqrt{2}$ סמ"ר.

ב. חשב את אורך צלע הריבוע.

ג. חשב את אורך הקטע DF .

ד. מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DFE .

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{5}{(2x-4)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $-f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

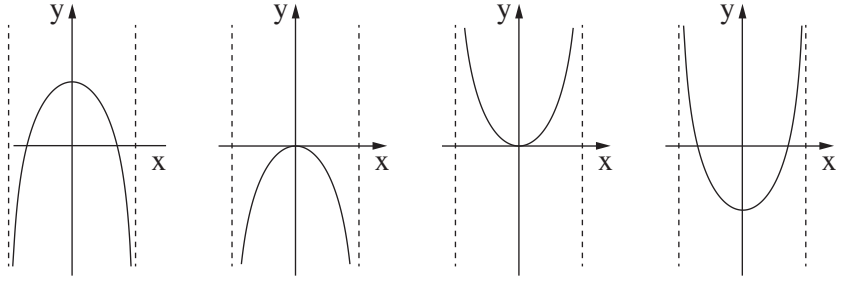
ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. איזה מן הגרפים הנתונים בסוף השאלה (IV-I) הוא הגרף של הפונקציה $f'(x)$? נמק.

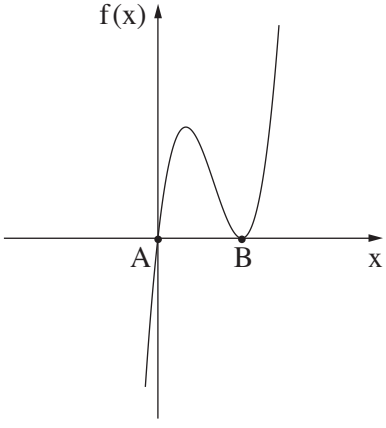
ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x, על ידי ציר ה־ y ועל ידי הישר $x=1$.



IV III II I

המשך בעמוד 6

8. לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.



א. מצא את שיעורי הנקודות A ו־ B , נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $x_A < x_C < x_B$.

(שיעור ה־ x של הנקודה C נמצא בין שיעור ה־ x של הנקודה A לשיעור ה־ x של הנקודה B).

ב. מצא את שיעורי הנקודה C שעבורה שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. האם הנקודה C היא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$? הסבר.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ־ 4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40 נקודות
				סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התְּכנוּת במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

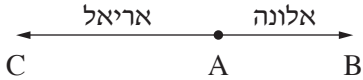
ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. אלונה ואריאל יצאו, כל אחד במכוניתו, מעיר A באותה השעה.

אלונה נסעה מעיר A לעיר B ,

ואילו אריאל נסע מעיר A לעיר C .



המרחק בין עיר A לעיר B הוא 60 ק"מ.

מהירות הנסיעה של אלונה הייתה גבוהה פי 1.5 ממהירות הנסיעה של אריאל.

שניהם נסעו כל הדרך במהירות קבועה.

כאשר הגיעה אלונה לעיר B , עבר אריאל 40% מן המרחק בין עיר A לעיר C .

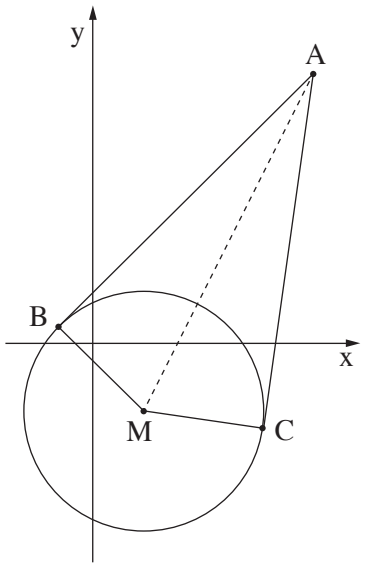
א. מהו המרחק בין עיר A לעיר C ?

ב. אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B .

מה הייתה מהירות הנסיעה של אריאל?

/המשך בעמוד 3/

2. הנקודות $B(-2,1)$ ו־ $C(10,-5)$ נמצאות על מעגל שמרכזו $M(3,-4)$.
מן הנקודה A, שמחוץ למעגל, יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות B ו- C, כמתואר בציור.



א. (1) מצא את משוואות הישרים AB ו־ AC.

(2) מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. (1) מצא את אורך הקטע AM.

(2) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABM.

(3) האם הנקודה C נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת? נמק את קביעתך.

3. במשחק מזל כל משתתף מטיל קובייה פעמיים. הקובייה היא קוביית משחק הוגנת.
בכל אחת מן ההטלות, אם המספר שעל הקובייה הוא 3, המשתתף מקבל 5 נקודות,
אם המספר גדול מ־ 3 המשתתף מקבל 10 נקודות, ואם המספר קטן מ- 3 המשתתף אינו מקבל נקודות.

א. מהי ההסתברות שמשתתף במשחק יצבור 15 נקודות לפחות?

ב. ידוע שאחד המשתתפים צבר 15 נקודות לפחות. מהי ההסתברות שבשתי ההטלות שלו היה המספר על הקובייה גדול מ־ 3?

ג. ארבעה משתתפים משחקים במשחק.
מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצברו כל אחד 15 נקודות לפחות?

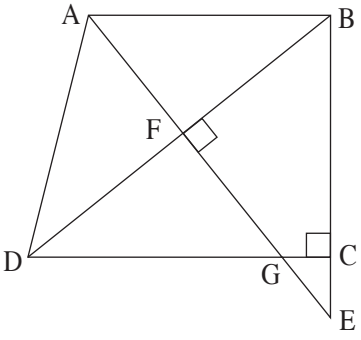
/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. $ABCD$ הוא טרפז ישר זווית ($AB \parallel DC$, $\sphericalangle BCD = 90^o$).



E היא נקודה על המשך הצלע BC כך שהקטע AE מאונך לאלכסון BD וחותך אותו בנקודה F.

AE חותך את הקטע DC בנקודה G, כמתואר בציור.

א. הוכח: $\sphericalangle AEB = \sphericalangle BDC$.

נתון כי $DC = BE$.

ב. הוכח: $\Delta DCB \cong \Delta EBA$.

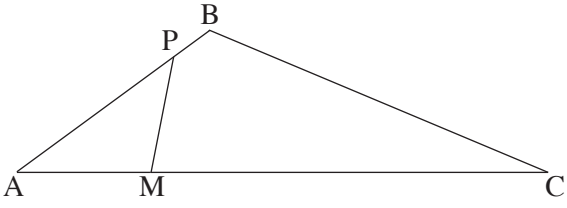
נתון כי $CB = 4CE$.

ג. (1) הוכח: $\Delta GCE \sim \Delta ABE$.

(2) מצא את היחס $\frac{GC}{AB}$.

/המשך בעמוד 5/

5. במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB ,
והנקודה M נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).



נסמן:

$AP = x$.

נתון כי :

$PM = 0.6x$,

$\sphericalangle ABC = 120^o$, $\sphericalangle AMP = 100^o$,

$AM =$ 4 ס"מ , $MC =$ 12 ס"מ .

א. (1) חשב את הזווית PAM .

(2) חשב את אורך הצלע BC .

ב. חשב את אורך הקטע BM .

ג. מצא את יחס שטחי המשולשים $\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta BMC}}$. נמק את תשובתך.

/המשך בעמוד 6/

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2x^2+4}{x^2-a}$. $0<a$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x=1$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית נוספת? אם כן — מהי? אם לא — נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. עבור אילו ערכים של k אין פתרון למשוואה $f(x)=k$? נמק.

/המשך בעמוד 7/

7. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x+16}}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \le 0$.

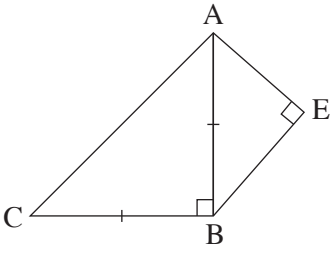
נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-2$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $x \le 0$.

ג. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ ובין הצירים.

8. ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\sphericalangle ABC = 90°$).



על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB

כך ש־ AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור.

נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ.

נסמן את אורך הצלע AE ב־ x.

א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.

ב. עבור איזה ערך של x שטח המרובע $AEBC$ הוא מינימלי?

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשע"ז, 2017
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ־ 4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	40	נקודות
			20×2		
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20	נקודות
			20×1		
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	—	40	נקודות
			20×2		
			סה"כ	100	נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1–3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. המרחק בין תל אביב לאשקלון הוא 70 ק"מ.

אהוד יצא מתל אביב לכיוון אשקלון בשעה 7:00.
הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של חצי שעה,
ואחריה המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב־ 20% ממהירותו הקודמת.

תמר יצאה מאשקלון לכיוון תל אביב בשעה 9:30.
היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב־ 3 קמ"ש מן המהירות שצעד אהוד לפני המנוחה.

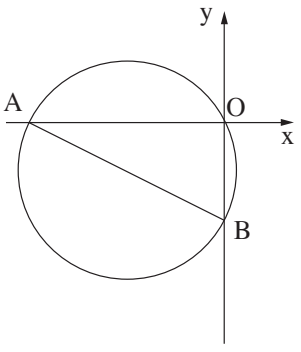
תמר ואהוד נפגשו בנקודה המרוחקת 30 ק"מ מתל אביב.

א. מה הייתה מהירותו של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה)?

ב. באיזו שעה נפגשו אהוד ותמר?

המשך בעמוד 3

2. מעגל שמרכזו M עובר דרך ראשית הצירים O.



המעגל חותך את ציר x בנקודה נוספת $A(-8,0)$,
ואת ציר y בנקודה נוספת $B(0,-4)$ (ראה ציור).

א. האם AB הוא קוטר במעגל? נמק את תשובתך.

ב. מצא את משוואת המעגל.

ג. נקודה C נמצאת על המעגל ברביע השלישי
(אך לא על הצירים), כך ששטח משולש BOC הוא 16.

(1) מצא את שיעור ה־ x של נקודה C.

(2) מצא את שיעור ה־ y של נקודה C.

ד. חשב את שטח המשולש BMC.

3. בבית ספר גדול הממוקם בעיר, חלק מן התלמידים הם תושבי העיר, והשאר גרים מחוץ לעיר.
בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר הזה.
ההסתברות שכל השלושה הם תושבי עיר זו היא 0.512.

א. בוחרים באקראי תלמיד אחד מבין תלמידי בית הספר.
מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?

ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים מבין תלמידי בית הספר.
מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם תושבי העיר?

ג. ידוע של־ 0.18 מתלמידי בית הספר אין טלפון נייד.
ל־ $\frac{1}{8}$ מן התלמידים תושבי העיר אין טלפון נייד.
בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר, והתברר שאין לו טלפון נייד.
מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?

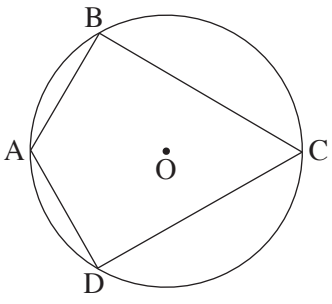
המשך בעמוד 4

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5 .

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון דלתון $ABCD$ $(BC = DC \ , \ AB = AD)$



החסום במעגל שמרכזו O , כמתואר בציור.

נתון: $\sphericalangle BCD = 60^o$.

א. (1) הוכח: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 90^o$.

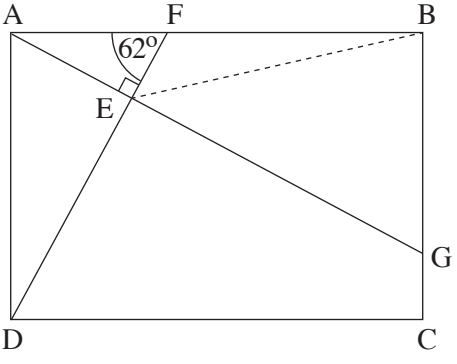
(2) הוכח: ΔABO הוא משולש שווה צלעות.

ב. הוכח: המרובע $ABOD$ הוא מעוין.

ג. נתון: 5 ס"מ $= AB$. מצא את BC .

ד. הראה ש־ $\Delta ABO \sim \Delta BCD$.

5. נתון מלבן $ABCD$.



הנקודה F נמצאת על הצלע AB

כך ש־ $FB = a \ , \ AF = 0.6a$.

הנקודה G נמצאת על הצלע BC

כך ש־ AG מאונך ל־ DF .

AG ו־ DF נחתכים בנקודה E (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle AFE = 62^o$.

א. (1) הבע את אורך הקטע EF באמצעות a .

(2) הבע את אורך הקטע BE באמצעות a .

ב. נתון: 5 ס"מ $= a$.

(1) מצא את הזווית EBA .

(2) חשב את שטח המשולש EBG .

המשך בעמוד 5

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x-2}{2x+4}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה),
ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). נמק.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

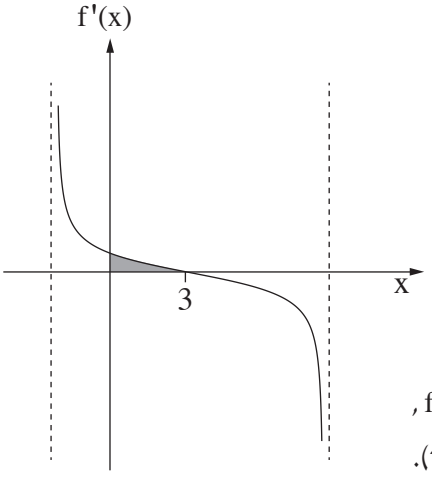
ב. בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x מעבירים משיק לגרף הפונקציה.
בנקודה נוספת, P, שעל גרף הפונקציה, גם מעבירים משיק. שני המשיקים מקבילים זה לזה.
מצא את שיעורי הנקודה P.

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=f(x)+C$. האסימפטוטה האופקית של $g(x)$ מתלכדת עם ציר ה־ x. מצא את C. הסבר את תשובתך.

המשך בעמוד 6

7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+bx+16}$. b פרמטר.

ענה על הסעיפים שלפניך (אפשר להיעזר בגרף הנגזרת במידת הצורך):



א. (1) מהו שיעור ה־ x של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$? נמק.

(2) מצא את b .

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ y , ועל ידי ציר ה־ x (השטח האפור).

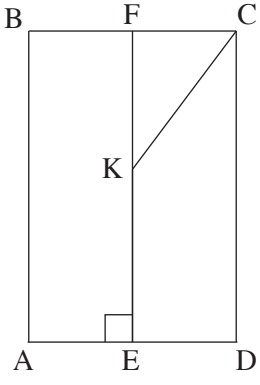
8. נתון מלבן $ABCD$.

הנקודה F היא אמצע הצלע BC .

E היא נקודה על הצלע AD , כך ש־ EF מאונך ל־ AD .

הנקודה K נמצאת על EF כך ש־ $EK = KC=$ 10 ס"מ

(ראה ציור). $FC = x$.



א. הבע את FK באמצעות x .

ב. חשב את אורך צלע המלבן BC שעבורו היקף המלבן $ABCD$ יהיה מקסימלי (תוכל להשאיר שורש בתשובתך).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על־יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, **מועד ב**
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ־4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2 — 40	נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1 — 20	נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	—	20×2 — 40	נקודות
			סה"כ	— 100	נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

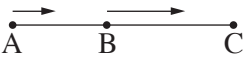
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. יואב רכב על אופניים. הוא יצא מהעיר A ,



עבר דרך העיר B , והגיע לעיר C .

המרחק מ־ B ל־ C גדול ב־ 40 ק"מ מן המרחק מ־ A ל־ B .

יואב רכב מ־ B ל־ C במהירות קבועה

הגדולה ב־ 20% מן המהירות הקבועה שבה רכב מ־ A ל־ B .

זמן הרכיבה של יואב מ־ B ל־ C ארוך פי 1.25 מזמן הרכיבה שלו מ־ A ל־ B .

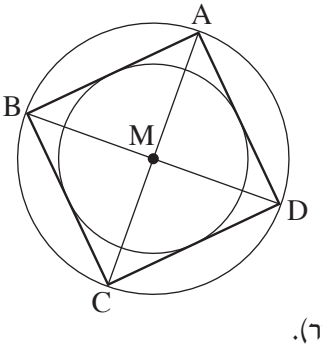
אילו רכב יואב מ־ B ל־ C במהירות שבה רכב מ־ A ל־ B ,

הוא היה עובר את הדרך מ־ B ל־ C ב־ 6 שעות.

א. מצא את מהירות הרכיבה של יואב בדרך מ־ A ל־ B .

ב. מצא את המרחק AB .

2. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה M (ראה ציור).



שיעורי הקדקוד A הם (5,5) .

משוואת האלכסון BD היא $y = -\frac{1}{3}x$.

א. מצא את משוואת האלכסון AC .

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

ג. חשב את האורך של צלע הריבוע.

ד. חשב את אורך הרדיוס של המעגל החסום בריבוע (ראה ציור).

המשך בעמוד 3

3. שחר קנה קופסה שיש בה כדורי טניס בשני צבעים: 4 כדורים צהובים ו־ 6 כדורים ירוקים.
שחר הוציא מן הקופסה באקראי 3 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).

א. (1) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים צהובים?

(2) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים באותו צבע?

ב. דנה קנתה 3 קופסאות של כדורי טניס. כל אחת מן הקופסאות שקנתה זהה לקופסה שקנה שחר.
דנה הוציאה באקראי כדור אחד מכל אחת מן הקופסאות.

(1) מהי ההסתברות שדנה הוציאה 3 כדורים צהובים?

(2) מהי ההסתברות שדנה הוציאה לפחות כדור אחד ירוק?

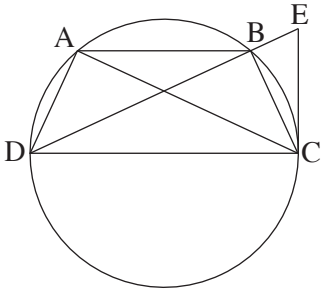
המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. טרפז שווה־שוקיים ABCD חסום במעגל.



המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.

CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).

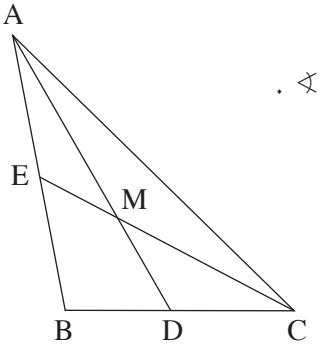
א. הוכח: $\Delta DAC \sim \Delta ECD$.

ב. נתון: $AC = 25$ ס"מ, $DE = 36$ ס"מ.

חשב את רדיוס המעגל.

ג. חשב את שטח המשולש DAC.

5. AD ו־CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים בנקודה M (ראה ציור).



נתון: $AD = 12$ ס"מ, $CE = 9$ ס"מ, $\sphericalangle CMD = 40^o$.

א. חשב את אורכי הקטעים: MC, MD.

ב. חשב את אורך הצלע BC.

ג. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle MCD$.

ד. חשב את שטח המשולש ADB.

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+6x+7}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

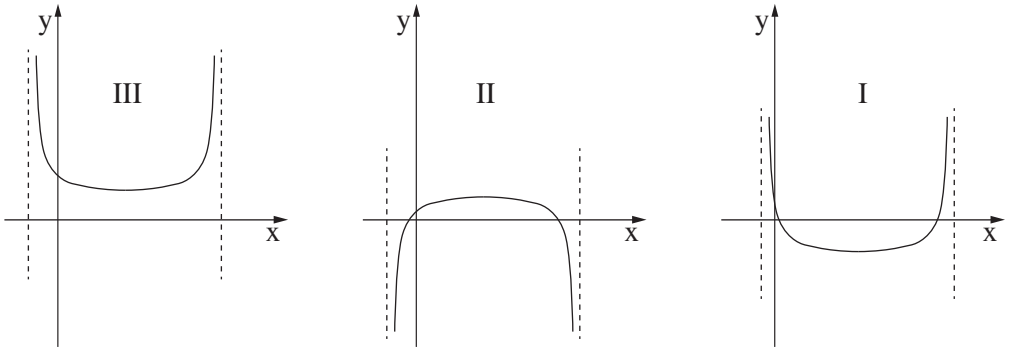
ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מבין הגרפים I , II , III שלפניך, איזה גרף מייצג סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.



המשך בעמוד 6

7. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2-x}{(x-1)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

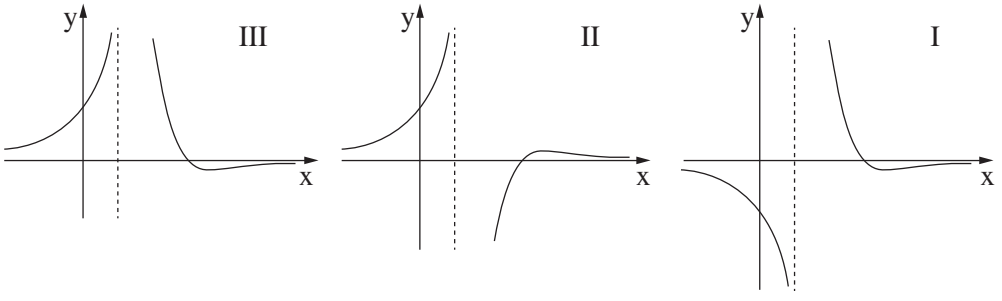
ג. מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה המאונכות לצירים.

ד. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. לפניך שלושה גרפים I , II , III .

איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



8. בציור שלפניך מתוארים גרפים של שתי פונקציות:

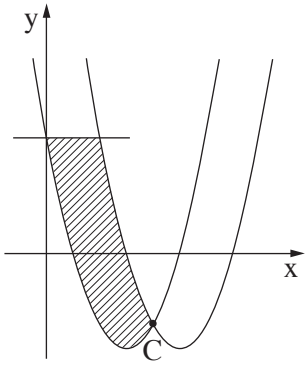
$f(x)=x^2-6x+5$

$g(x)=x^2-10x+a$

a הוא פרמטר.

הגרפים נחתכים בנקודה C (ראה ציור).

שיעור ה־ x של הנקודה C שווה ל־ 4 .



א. מצא את הערך של a .

ב. דרך נקודת החיתוך של אחד הגרפים עם ציר ה־ y

העבירו ישר המקביל לציר ה־ x , כמתואר בציור.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר המקביל לציר ה־ x (השטח המקווקו בציור).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ־4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	2×20	—	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	1×20	—	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	—	2×20	—	40 נקודות
				סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. יבואן קנה מחשבים זהים, במחיר של 1200 שקלים למחשב.

הוא מכר את המחשבים לחנות במחיר זהה לכל מחשב, והרוויח על כל מחשב אחוז מסוים.

בחנות מכרו כל מחשב במחיר של 1728 שקלים, והרוויחו על כל מחשב אותו אחוז שהרוויח היבואן.

א. מצא את אחוז הרווח של היבואן.

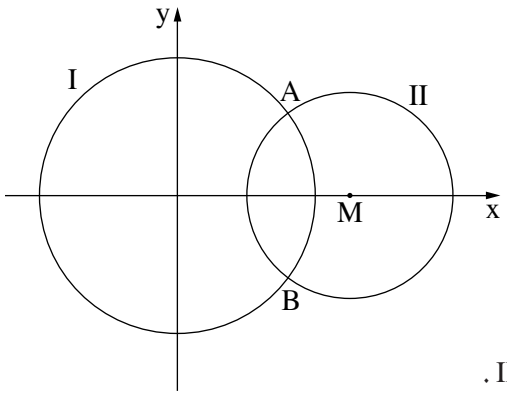
ב. יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב־ 42% ממחיר הקנייה של היבואן.

האם שילם יוסי עבור המחשב פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות? נמק.

2. נתונים שני מעגלים, I ו־ II :

I. $x^2 + y^2 = 36$

II. $(x - 7.5)^2 + y^2 = 20.25$



המעגלים נחתכים בנקודות A ו־ B .

A נמצאת ברביע הראשון (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של

הנקודות A ו־ B .

ב. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל II .

מצא את משוואת המשיק.

ג. המשיק שמצאת בסעיף ב חותך את מעגל I בנקודה נוספת, C .

מצא את שטח המשולש ACM . M — מרכז מעגל II .

המשך בעמוד 3

3. כדי להתקבל למדעי המחשב באוניברסיטה צריך לעבור מבחן כניסה.

למבחן ניגשו בוגרי תיכון רבים: בוגרים שלמדו מחשבים בתיכון, ובוגרים שלא למדו מחשבים בתיכון.

אחוז הנבחנים שלמדו מחשבים בתיכון היה גדול פי 3 מאחוז הנבחנים שלא למדו מחשבים.

אחוז הנבחנים שעברו את המבחן היה גדול פי 4 מאחוז הנבחנים שנכשלו בו.

אחוז הנבחנים שעברו את המבחן וגם למדו מחשבים היה 65% .

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מבין הנבחנים בוגר תיכון שלא למד מחשבים ועבר את המבחן?

ב. ידוע כי נבחן עבר את המבחן.

מהי ההסתברות שהוא לא למד מחשבים בתיכון?

ג. בוחרים באקראי שני נבחנים.

מהי ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

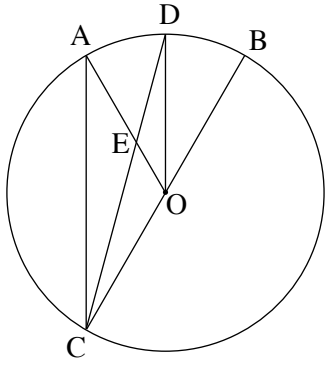
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O .

המיתר CD חותך את הרדיוס AO בנקודה E .

הנקודה D היא אמצע הקשת AB (ראה ציור).

נסמן $\sphericalangle ACD = \alpha$.



א. (1) הוכח כי $\sphericalangle ACO = \sphericalangle AOD$.

(2) הוכח כי $AC \| DO$.

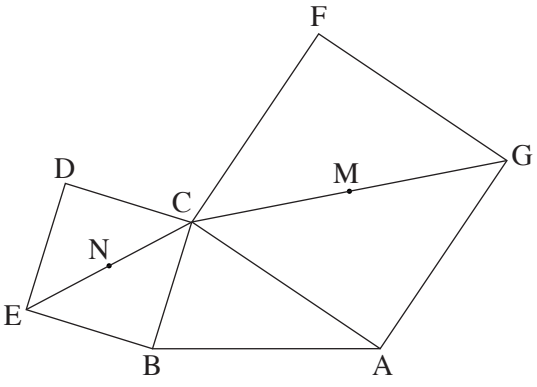
ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית DAO .

(2) מצא מה צריך להיות הערך של α ,

כדי שהמרובע ACOD יהיה מקבילית. נמק.

המשך בעמוד 4

5. נתון משולש שווה־שוקיים ABC $(AB = AC)$.



על השוק AC בנו ריבוע $ACFG$

שאלכסוניו נחתכים בנקודה M.

על הבסיס BC בנו ריבוע $BCDE$

שאלכסוניו נחתכים בנקודה N

(ראה ציור).

נתון: $AB = AC =$ 6 ס"מ

$BC =$ 4 ס"מ

א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע $ACFG$,

ואת אורך האלכסון של הריבוע $BCDE$.

ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC.

ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN.

ד. מצא את אורך הקטע AN.

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{m-4x}{(x-1)^2}$, m הוא פרמטר.
לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את ערך הפרמטר m .

הצב $m=8$, וענה על הסעיפים ג, ד ו־ה.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x)>0$ וגם $f'(x)>0$.

המשך בעמוד 6 ◀

7. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x)=3x^2-12x+9$.

א. (1) מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

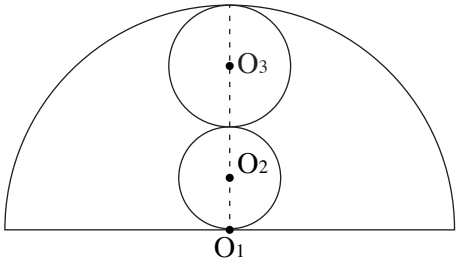
(2) הישר $y=4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום של הפונקציה.
מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה־ x.
מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק $y=4$,
על ידי ציר ה־ y ועל ידי האנך.

8. בחצי מעגל, שמרכזו O_1 ורדיוסו 10 ס"מ,
חסומים שני מעגלים שמרכזיהם O_2 ו־ O_3.
המעגלים משיקים זה לזה, כמתואר בציור.
(שלושת המרכזים נמצאים על ישר אחד.)



א. מצא מה צריך להיות האורך
של רדיוס המעגל שמרכזו O_2
ושל רדיוס המעגל שמרכזו O_3,
כדי שסכום השטחים של העיגולים O_2 ו־ O_3 יהיה מינימלי.

ב. כאשר סכום השטחים של העיגולים O_2 ו־ O_3 הוא מינימלי,
מצא את סכום ה<u>היקפים</u> של מעגלים אלה.

נתון: שטח עיגול $=\pi R^2$

היקף מעגל $=2\pi R$

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ו, 2016
מספר השאלון: 035481
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון ראשון מ־4 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2 —	40 נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1 —	20 נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	—	20×2 —	40 נקודות
			סה"כ	—	100 נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1–3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

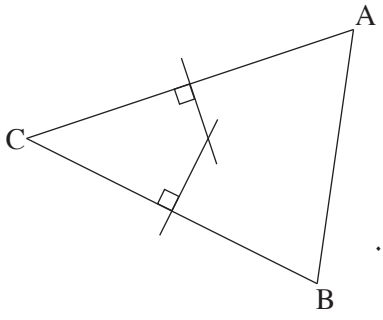
1. יוסי תכנן טיול למספר מסוים של ימים בהוצאה כוללת של 1400 שקל.
הוא תכנן להוציא בכל יום את אותו סכום כסף.
ב־ 5 הימים הראשונים הייתה ההוצאה ליום כפי שתכנן, אבל אחר כך
גדלה ההוצאה ליום ב־ 100 שקל, והטיול התארך ביום אחד.
לבסוף הוציא יוסי עבור הטיול 1900 שקל סך הכול.

   א. מצא לכמה ימים תוכנן הטיול, ומה הייתה ההוצאה המתוכננת ליום.

   ב. בכמה אחוזים גדלה ההוצאה ליום (לאחר 5 הימים הראשונים)
   לעומת ההוצאה המתוכננת ליום?

המשך בעמוד 3 ◀

2. נתון משולש ABC (ראה ציור).



שניים מקדקודי המשולש הם

$B(6,-2)$, $C(-2,2)$.

א. מצא את משוואת האנך האמצעי לצלע BC .

משוואת האנך האמצעי לצלע AC היא $y = -3x + 11$.

ב. מצא את משוואת המעגל

החוסם את המשולש ABC .

ג. (1) האם האנך האמצעי לצלע AC עובר דרך הקדקוד B ? נמק.

(2) האם $BA = BC$? נמק.

3. בקופסה יש כדורים בשלושה צבעים: 2 כדורים אדומים, 2 כדורים כחולים, 1 כדור לבן.

מוציאים מהקופסה שני כדורים בלי החזרה.

א. מהי ההסתברות להוציא שני כדורים בשני צבעים שונים?

ב. ידוע שהוצאו שני כדורים בשני צבעים שונים.

מהי ההסתברות שאחד הכדורים הוא לבן והאחר הוא אדום?

ג. מהי ההסתברות שאחרי הוצאת שני הכדורים יישארו בקופסה כדורים בשלושת הצבעים?

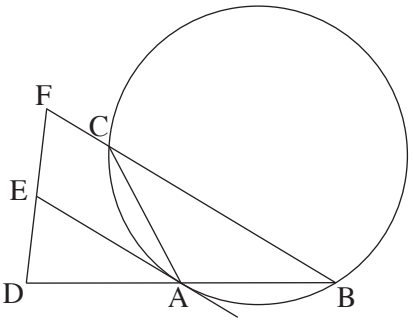
המשך בעמוד 4

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5 .

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. משולש שווה־שוקיים ABC $(AB = AC)$ חסום במעגל.



נקודה D נמצאת על המשך הצלע AB כך ש־ $DA = AB$.

נקודה F נמצאת על המשך הצלע BC .

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל החותך את FD בנקודה E (ראה ציור).

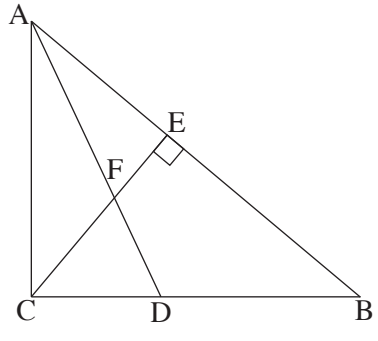
א. הוכח כי AE הוא קטע אמצעים במשולש BDF .

ב. הוכח כי $DC \perp BC$.

5. נתון משולש ישר־זווית ABC $(\sphericalangle ACB = 90^o)$.

CE הוא גובה ליתר, ו־ AD הוא חוצה־זווית CAB .

CE ו־ AD נפגשים בנקודה F (ראה ציור).



נתון: $AC = 10$ ס"מ , $\sphericalangle CAB = 50^o$.

א. מצא את שטח המשולש CFD .

ב. (1) מצא את האורך של הקטע FB .

(2) היעזר בתת־סעיף ב(1), ומצא את האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש FEB .

המשך בעמוד 5

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

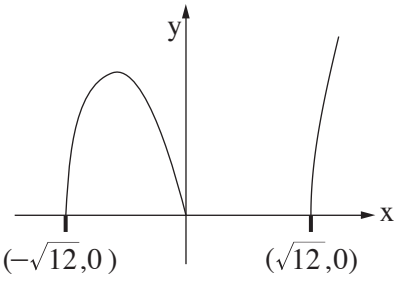
6. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{ax^3-12x}$,

a הוא פרמטר.

תחום ההגדרה של הפונקציה

הוא $x\ge\sqrt{12}$, $-\sqrt{12}\le x\le 0$

(ראה ציור).



א. על פי הערכים שבגרף, מצא את הערך של a .

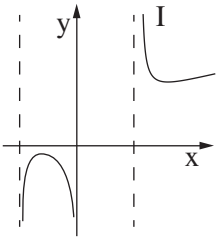
הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

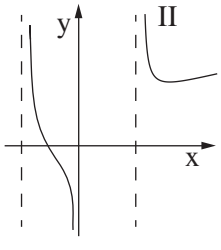
ב. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

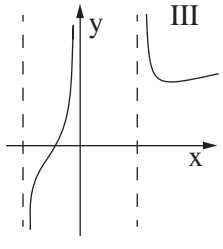
ג. מצא עבור אילו ערכים של k יש רק פתרון אחד למשוואה $f(x)=k$.

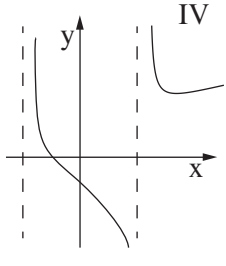
ד. (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לציר ה־ x של פוקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) איזה מן הגרפים I-IV שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.









המשך בעמוד 6

7. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = -x^2 + 16$

$g(x) = -x^2 - ax$, a הוא פרמטר.

א. (1) ישר המקביל לציר ה־ x משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

מצא את משוואת הישר.

(2) הישר, שאת משוואתו מצאת, משיק גם לגרף הפונקציה $g(x)$

בנקודה שבה $x = -4$.

מצא את הערך של a .

הצב $a = 8$, וענה על הסעיפים ב ו־ ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

ושל גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה־ x בנקודה A .

גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה־ x בנקודה B .

מצא את השטח (ברביע השני) המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הקטע AB .

8. נתון משולש שווה־צלעות שאורך צלעו x ס"מ, ונתון ריבוע.

סכום ההיקפים של הריבוע ושל המשולש שווה־הצלעות הוא 9 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את האורך של צלע הריבוע.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המשולש ואת שטח הריבוע.

(2) מצא מה צריך להיות הערך של x , כדי שסכום השטחים של הריבוע ושל המשולש

יהיה מינימלי.

ג. כאשר סכום השטחים הוא מינימלי, לאיזו צורה <u>היקף</u> גדול יותר: לריבוע או למשולש?

נמק.

בתשובותיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, **מועד ב**
מספר השאלון: 035804 , 314
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	2×20 — 40	נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	1×20 — 20	נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	—	2×20 — 40	נקודות
		סה"כ	—	100	נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

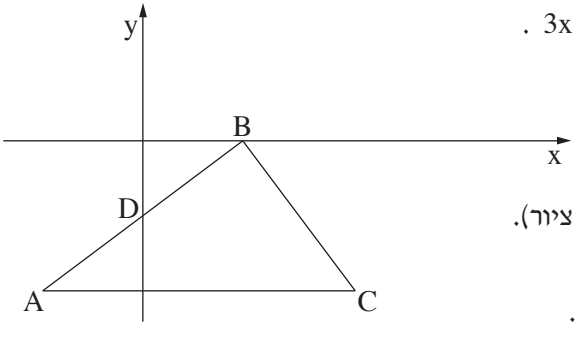
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בסוף העונה קנתה דנה שלושה פריטי לבוש: חולצה, חצאית ומכנסיים.
לפני סוף העונה היה המחיר של החולצה x שקלים,
המחיר של החצאית היה גבוה ב־ 40 שקל מהמחיר של החולצה,
והמחיר של המכנסיים היה פי 2 ממחיר החולצה.
נתון כי המחיר של המכנסיים היה הגבוה ביותר מבין שלושת המחירים.
   א. בסוף העונה קיבלה דנה הנחה של 30% עבור פריט הלבוש הזול ביותר,
   הנחה של 20% עבור פריט הלבוש היקר ביותר
   והנחה של 25% עבור פריט הלבוש השלישי.
   דנה שילמה עבור שלושת הפריטים 274 שקלים.
   מה היה מחיר המכנסיים לפני סוף העונה?
   ב. בכמה אחוזים היה המחיר הכולל של שלושת הפריטים בסוף העונה נמוך ממחירם הכולל לפני סוף העונה?

2. נתון משולש ישר־זווית שבו $\sphericalangle ABC = 90^o$.
הצלע AB מונחת על הישר $3x - 4y = 12$.
הישר חותך את ציר ה־ x בנקודה B
ואת ציר ה־ y בנקודה D .
הצלע AC מקבילה לציר ה־ x .
הנקודה D היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).



   א. מצא את משוואת הצלע AC .
   ב. מצא את השיעורים של הנקודה C .
   ג. נתון כי המרובע $BACF$ הוא מקבילית ($BF \parallel AC$, $AB \parallel CF$).
   מצא את השיעורים של הנקודה F .
   ד. מצא את השטח של המקבילית $BACF$.

המשך בעמוד 3

3. שניים מהלומדים (בנים / בנות) באוניברסיטה גדולה מועמדים לתפקיד של יושב ראש אגודת הסטודנטים באוניברסיטה.

40% מהלומדים הם בנים, והשאר בנות.

$\frac{3}{4}$ מהבנים תומכים במועמד א', והשאר תומכים במועמד ב'.

$\frac{1}{3}$ מהבנות תומכות במועמד ב', והשאר תומכות במועמד א'.

א. מצא את אחוז התומכים במועמד א'.

ב. מבין הלומדים נבחר באקראי תומך במועמד א' (בן / בת).
מהי ההסתברות שנבחרה בת?

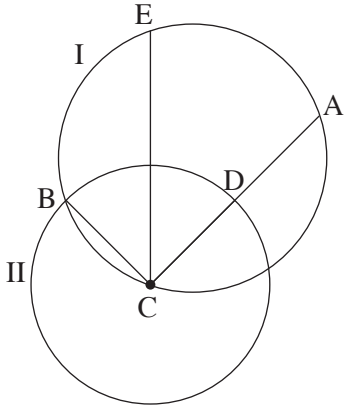
ג. בחרו באקראי 4 לומדים באוניברסיטה (בנים / בנות).
מהי ההסתברות שיותר ממחציתם תומכים במועמד א' ?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של שני מעגלים, I ו־ II .
נקודה C היא מרכז המעגל II , והיא נמצאת על המעגל I .
הנקודות A ו־ E נמצאות על המעגל I
כך ש־ $\widehat{EB} = \widehat{EA}$.
המיתר AC חותך את המעגל II בנקודה D
(ראה ציור).

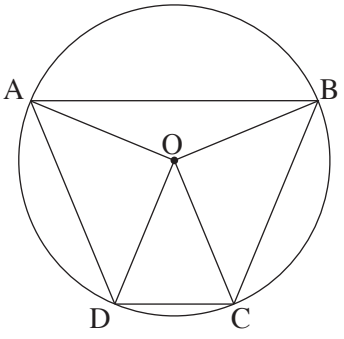


א. הוכח: $\Delta EBC \cong \Delta EDC$.

ב. המיתר EC חותך את המיתר AB בנקודה F .
הוכח: $\Delta EBF \sim \Delta ECD$.

המשך בעמוד 4

5. טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור).



נתון: $\sphericalangle DOC = 45^o$, $\sphericalangle AOB = 135^o$.

א. (1) מצא את $\sphericalangle BOC$.

(2) מצא את $\sphericalangle BAD$.

ב. נתון כי גובה הטרפז הוא 13.065 ס"מ.

מצא את R.

ג. הראה כי שטח המשולש AOB שווה לשטח המשולש DOC .

ד. מצא את שטח הטרפז $ABCD$.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = 8(2x-1)^3$ המוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הגרף של הפונקציה $g(x)$ הוא קו ישר.

ישר זה עובר דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(1) מצא את משוואת הישר .

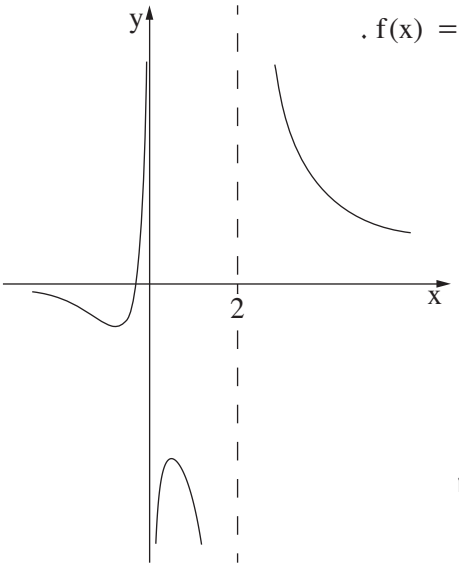
(2) מצא את הערך של $g(\frac{1}{4})$ ואת הערך של $f(\frac{1}{4})$.

(3) מצא את השטח ברביע הרביעי, המוגבל על ידי הישר

ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$.

המשך בעמוד 5

7. בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{4x+1}{ax^2-2x}$.



a הוא פרמטר.

א. מצא את הערך של a .

הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

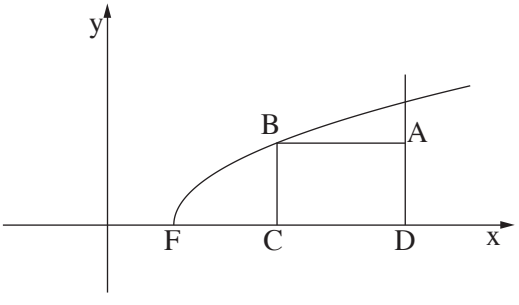
ב. מצא את תחום ההגדרה
של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של
הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים
של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$
בתחום $0 < x < 2$.

8. הקדקוד B של המלבן ABCD נמצא על
גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-4}$.
הצלע AD מונחת על הישר $x = 10$
והצלע DC מונחת על ציר ה־ x
(ראה ציור).



א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B
כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה F (ראה ציור).
מצא את שטח המשולש BFC כאשר שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי .

<u>הערה</u>: תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 035804 , 314
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	— אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	— 40	נקודות
פרק שני	— גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	— 20	נקודות
פרק שלישי	— חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	—	20×2	— 40	נקודות
		סה"כ		— 100	נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מלבן שרוחבו x ס"מ, ואורכו גדול פי 1.2 מרוחבו.

הגדילו את אורך המלבן ב־ 10% , והקטינו את רוחב המלבן ב־ 10% . התקבל מלבן חדש.

א. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן החדש.

(2) בכמה אחוזים השתנה השטח של המלבן הנתון?

ב. R הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המלבן הנתון.

נתון כי $R = \sqrt{61}$ ס"מ.

מצא את שטח המלבן החדש.

2. נתון כי מעגל, שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+k)^2 = 25$, עובר דרך ראשית הצירים.

k הוא פרמטר.

א. (1) מצא את שני הערכים של k .

(2) רשום את המשוואות של שני המעגלים המתאימים לערכים של k שמצאת.

ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד משני המעגלים.

ג. סרטט את שני המעגלים במערכת צירים אחת.

ד. הישר $x = a$ משיק לשני המעגלים, $a > 0$.

(1) מצא את a.

(2) מה הם השיעורים של נקודות ההשקה?

המשך בעמוד 3 ◀

3. בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו־ 6 כדורים ירוקים.

בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו־ 4 כדורים ירוקים.

בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה 2 כדורים זה אחר זה (בלי החזרה).

א. מהי ההסתברות ש־ 2 הכדורים יהיו באותו צבע?

ב. מהי ההסתברות ש־ 2 הכדורים יהיו בצבעים שונים?

ג. ידוע כי 2 הכדורים היו באותו צבע.

מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I ?

המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. מרובע ABCD חסום במעגל.

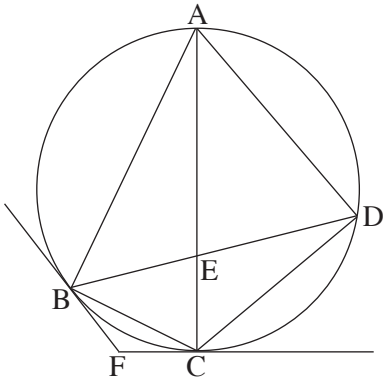
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

העבירו משיק למעגל בנקודה B

ומשיק למעגל בנקודה C.

המשיקים נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle ABC = 90^o$



א. (1) הוכח: $\sphericalangle ADB + \sphericalangle FBC = 90^o$.

(2) הוכח: $\sphericalangle BFC = 2 \cdot \sphericalangle ADB$.

ב. (1) הוכח: $\triangle BEC \sim \triangle AED$.

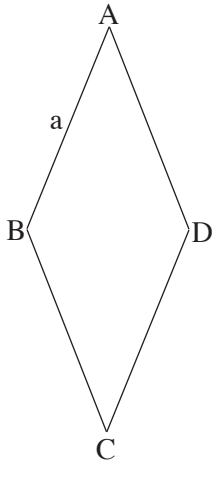
(2) נתון גם: $BE \cdot DE = 21$, $AE = 7$.

מצא את קוטר המעגל.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

5. במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור)

נתון: $\sphericalangle BAD = 2\alpha$, $\sphericalangle BAD < 90^o$.



א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו־ α .

(2) נתון גם: $AC \cdot BD = a^2$.

מצא את α .

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 10 ס"מ.

מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2+2x+3}{x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

($g'(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו תחום.)

העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה־ x.

מה הם שיעורי ה־ x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + ax + b$. a ו־ b הם פרמטרים.

הישר $y = -2x - 1$ משיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = -2$ (ראה ציור).

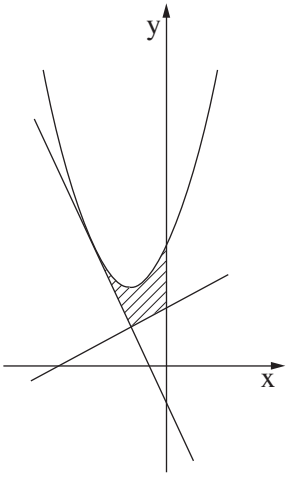
א. מצא את הערך של a ואת הערך של b.

הצב: $a = 2$ ו־ $b = 3$, וענה על סעיף ב.

ב. מצא את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

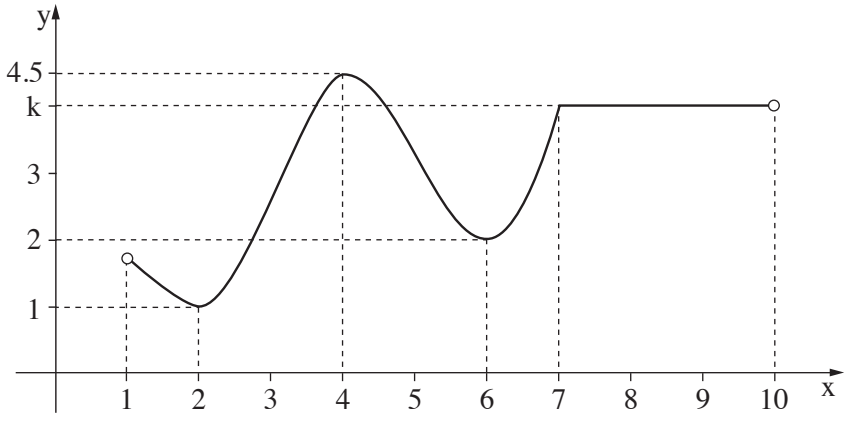
על ידי המשיק, על ידי הישר $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

ועל ידי ציר ה־ y (השטח המקווקו בציור).



המשך בעמוד 6

8. בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$.



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ־ 7 מתקיים:

(1) $f'(x) < 0$. נמק.

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

ב. נתון: $\int_{7}^{9} k\,dx = 8$, k הוא הפרמטר המסומן על ציר ה־ y בציור.

מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \le x \le 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־ x , בתחום $2 \le x \le 4$ (ערך מספרי).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 035804, 314
נספח: דפי נוסחאות ל־4 יחידות לימוד

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. <u>משך הבחינה</u>: שלוש שעות וחצי.

ב. <u>מבנה השאלון ומפתח ההערכה</u>: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	40	נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	— 20×1	20	נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	— 20×2	40	נקודות
		סה"כ	—	100	נקודות

ג. <u>חומר עזר מותר בשימוש</u>:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. <u>הוראות מיוחדות</u>:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1–3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

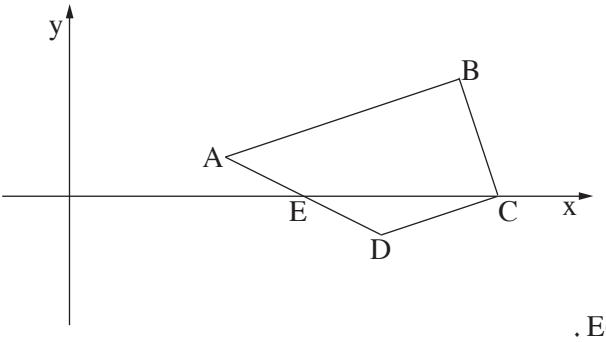
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בתחילת השנה מחיר ספה היה גדול ב־ 1500 שקל ממחיר כורסה.
בסוף השנה עלה מחיר הספה ב־ 8% , ומחיר הכורסה ירד ב־ 10% .
מחיר הספה עלה באותו הסכום שהמחיר של 2 כורסאות ירד.

א. מצא את מחיר הספה, ואת מחיר הכורסה לפני שינוי המחירים.

ב. משה קנה בסוף השנה 3 כורסאות וספה אחת.
בכמה אחוזים קטן הסכום ששילם עבור הקנייה שלו מהסכום שהיה משלם לפני שינוי המחירים?

2. במרובע ABCD הקדקוד C נמצא על ציר ה־ x (ראה ציור).



נתון: $A(4\ ,\ 1)$, $B(10\ ,\ 3)$,

$AB \parallel DC$,

$\sphericalangle BCD = 90^o$.

א. מצא את השיעורים של הקדקוד C .

הישר AD עובר דרך הנקודה $E(6\ ,\ 0)$.

ב. האם הנקודה E היא אמצע הצלע AD ? נמק.

ג. האם EC הוא קוטר במעגל החוסם את המשולש EDC ? נמק.

המשך בעמוד 3

3. בשקית א' יש 7 מטפחות צהובות ו־ 5 מטפחות אדומות.

בשקית ב' יש 10 מטפחות: חלקן צהובות והשאר אדומות.

הוציאו באקראי מטפחת אחת משקית א' ומטפחת אחת משקית ב'.

ההסתברות ששתי המטפחות צהובות היא $\frac{7}{40}$.

א. כמה מטפחות צהובות היו בשקית ב' ?

ב. מחזירים כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה, ומוציאים באקראי מטפחת משקית א' ומטפחת משקית ב'.

ידוע כי המטפחות שהוצאו הן בצבעים שונים.

מהי ההסתברות שהמטפחת שהוצאה משקית ב' היא צהובה?

ג. מחזירים שוב כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה.

בוחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי בלי החזרה שתי מטפחות.

מהי ההסתברות ששתי המטפחות הן אדומות?

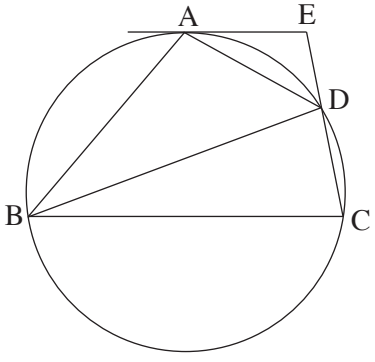
המשך בעמוד 4

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על <u>אחת</u> מהשאלות 4-5 .

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. המרובע ABCD חסום במעגל.



בנקודה A העבירו משיק למעגל.

המשיק נפגש עם המשך CD בנקודה E (ראה ציור).

נתון: AD חוצה־זווית EDB .

א. הוכח כי $\triangle AED \sim \triangle BAD$.

נתון גם כי שטח המשולש BAD גדול פי 4 משטח המשולש AED .

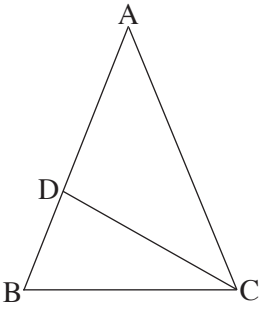
ב. חשב פי כמה גדול היקף המשולש BAD מהיקף המשולש AED .

ג. נתון גם כי $AD = a$.

(1) הבע באמצעות a את האורך של BD .

(2) מצא את היחס $\frac{BD}{DE}$.

5. במשולש שווה־שוקיים ABC ($AB = AC$)



נקודה D נמצאת על השוק AB (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle BAC = \alpha$,

שטח המשולש ABC הוא 12.5 סמ"ר .

א. הבע באמצעות α את אורך השוק של המשולש ABC .

נתון גם: $\alpha = 44^o$

$BD = 2$ ס"מ

ב. מצא את האורך של DC .

ג. מצא את גודל הזווית BCD .

המשך בעמוד 5

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2}{x^2 - x}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) - 2$.

הסתמך על סעיף א, וענה על התת־סעיפים שלפניך.

(1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$?

(2) מה הם השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 2$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) האם גרף הפונקציה חותך את הצירים? נמק.

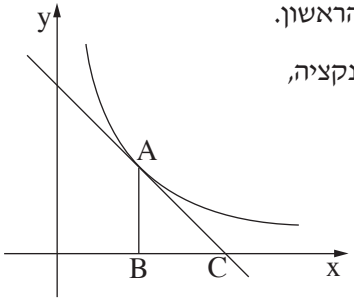
(3) על פי התת־סעיפים הקודמים סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום ההגדרה שלה.

ב. (1) הוסף לסקיצה שסרטטת את הישר $y = 3x + 2$, ואת הישר $x = 4$.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי שני הישרים שהוספת, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y .

המשך בעמוד 6

8. בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x}$ ברביע הראשון.



דרך הנקודה A שעל גרף הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה,
והעבירו אנך לציר ה־ x .
המשיק חותך את ציר ה־ x בנקודה C ,
והאנך חותך את ציר ה־ x בנקודה B (ראה ציור).
נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ t .

א. (1) הבע באמצעות t את שיפוע המשיק.

(2) הבע באמצעות t את משוואת המשיק.

(3) הבע באמצעות t את האורך של הקטע BC .

ב. מצא את הערך של t שעבורו סכום הקטעים $AB + BC$ הוא מינימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך